

---

**UNIVERSITI SAINS MALAYSIA**

Peperiksaan Semester Pertama  
Sidang Akademik 2011/2012

Januari 2012

**EUM 113 – KALKULUS KEJURUTERAAN**

Masa : 3 jam

---

**ARAHAN KEPADA CALON:**

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi DUA BELAS muka surat bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Kertas soalan ini mengandungi **TUJUH** soalan

Jawab **LIMA** soalan.

Mulakan jawapan anda untuk setiap soalan pada muka surat yang baru.

Agihan markah bagi soalan diberikan disudut sebelah kanan soalan berkenaan.

Jawab semua soalan di dalam Bahasa Malaysia atau Bahasa Inggeris atau kombinasi kedua-duanya.

**“Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai.”**

*“In the event of any discrepancies, the English version shall be used.”*

...2/-

1. (a) Suatu objek dijatuhkan dari suatu ketinggian dalam keadaan vakum. Secara teorinya, didapati bahawa objek itu akan jatuh pada jarak  $u(t) = 32t^2$  meter pada masa  $t$  saat. Tentukan :

*An eraser is dropped downward a height in vacuum. It is found theoretically that the eraser will fall at a distance of  $u(t) = 32t^2$  in metres at time,  $t$  seconds. Determine :*

- (i) domain dan julat bagi  $u$   
*domain and range of  $u$*
- (ii) sama ada  $u$  suatu fungsi ?  
*whether  $u$  is a function ?*
- (iii) berapa jauhkah pemadam itu akan bergerak pada saat ke-tiga?  
*how far the eraser will travel at the third second?*
- (iv) berapa jauhkah pemadam itu akan jatuh dalam selang  $t=1$  hingga  $t=1+x$  saat?  
*how far does the eraser fall during the interval of  $t=1$  to  $t=1+x$  seconds?*

(12 markah/marks)

- (b) Diberi bahawa  
*Given that*

$$f(x) = \frac{5}{5-x}$$

dan formula siri taylor ialah  
and the Taylor series formula is

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f^{(n)}(b)(x-b)^n}{n!}$$

Dapatkan

*Find*

(i) Siri Taylor pada  $b = 2$   
*Taylor series about  $b = 2$*

(ii) Siri Maclaurin  
*Maclaurin series*

(18 markah/marks)

(c) Selesaikan persamaan pembezaan biasa peringkat satu bukan homogen berikut dengan menurunkannya ke bentuk homogen

*Solve the following first order non homogenous ordinary differential equation by reducing it to the homogenous form*

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x-y+5}{x+y-3}$$

(30 markah/marks)

(d) Dengan menggunakan kaedah pekali tak-tentu, selesaikan persamaan pembezaan

*Using the method of undetermined coefficient, solve the differential equation*

$$y'' + 9y = 6x^2 + 10\sin 3x$$

(40 markah/marks)

...4/-

2. (a) Shahrul, Wang Ching dan Kishva berada dalam sebuah kereta dalam perjalanan dari Nibong Tebal ke Tanjung Bungah. Disebabkan odometer kereta tidak dapat berfungsi, Kishva merekodkan bacaan speedometer dalam ukuran batu per jam bagi setiap 5 minit perjalanan mereka seperti berikut.

*Shahrul, Wang Ching and Kishva are traveling in a car on their way from Nibong Tebal to Tanjung Bungah. As the car odometer is not functioning, Kishva takes a speedometer reading in miles per hour at every 5 minutes as follows.*

$t$ (jam)												
$t$ (hour)	0	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{51}{12}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{9}{12}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{11}{12}$
Bacaan speedometer (batu per jam)	54	60	57	50	51	55	47	49	35	42	52	59
Speedometer reading (mph)												

Dengan menggunakan petua Simpson  $\frac{1}{3}$  anggarkan keseluruhan jarak perjalanan untuk sampai ke destinasi mereka.

*By using the Simpson's  $\frac{1}{3}$  rule, estimate the total distance traveled to reach their destination.*

(10 markah/marks)

- (b) Nilaikan had berikut.  
*Evaluate the following limits.*

(i)  $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\sin(2z) + 7z^2 - 2z}{z^2(z+1)^2}$

(ii)  $\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{z^2 - e^{4z}}{2z - e^2}$

(iii)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y}{x^2 - y}$

(20 markah/marks)

...5/-

(c) Untuk fungsi  $f(x, y, z) = \frac{x^2}{4} + y^2 - \frac{z^2}{4} - 1 = 0$

For the function  $f(x, y, z) = \frac{x^2}{4} + y^2 - \frac{z^2}{4} - 1 = 0$

(i) Cari semua surih yang boleh dilakarkan untuk fungsi  $f(x, y, z)$  bila  $y=k$   
*Find all the possible traces for the function  $f(x, y, z)$  when  $y=k$*

(ii) Lakarkan permukaan untuk fungsi  $f(x, y, z)$   
*Sketch the level surface for the function  $f(x, y, z)$*

(40 markah/marks)

(d) Dengan menggunakan penggantian  $x = e^z$ , selesaikan persamaan pembezaan Euler berikut berdasarkan nilai awal yang diberi:

*Using the substitution  $x = e^z$ , solve the following Euler differential equation with the given initial conditions.*

$$x^2 y'' - 5xy' + 10y = 0$$

$$y(1) = 4, y'(1) = -6$$

(30 markah/marks)

3. (a) Jika  $u = x^2 - y^2$  dan  $x = e^t \cos t$ ,  $y = e^t \sin t$ , cari  $\frac{du}{dt}$

*If  $u = x^2 - y^2$  and  $x = e^t \cos t$ ,  $y = e^t \sin t$ , find  $\frac{du}{dt}$*

(10 markah/marks)

- (b) Nilaiikan  
*Evaluate*

$$\int_0^6 \int_{\frac{x}{3}}^2 x \sqrt{y^3 + 1} dy dx$$

(25 markah/marks)

- (c) Cari penyelesaian bagi persamaan pembezaan biasa homogen peringkat satu berikut dengan menggunakan kaedah boleh pisah.

*Find the solution for the following first order homogenous ordinary differential equation by using separable method.*

$$3x^2 dy = (3xy + y^2) dx, y(1) = 1$$

(25 markah/marks)

- (d) Selesaikan persamaan pembezaan berikut dengan kaedah jelmaan Laplace, berdasarkan nilai awal yang diberi

*Solve the following ordinary differential equation using Laplace transform method, subjected to the given initial conditions.*

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + 5y = 8e^{-t}, \text{ at } x = 0, y = 2 \text{ and } \frac{dy}{dx} = 12$$

(40 markah/marks)

4. (a) Tentukan samada fungsi yang berikut selanjar.

*Determine whether the following functions are continuous.*

$$(i) \quad f(x, y) = \frac{x+y}{x-y}$$

$$(ii) \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (a,-a)} g(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2-y^2}{x+y}, & x \neq -y, \\ 2x, & x = -y \end{cases}$$

(20 markah/marks)

- (b) Cari maksimum dan minimum bagi fungsi  $f(x, y) = \frac{x^3}{6} + y^2$  tertakluk kepada syarat seperti berikut,  $x^2 + 4y^2 = 16$

*Find the maximum and minimum of  $f(x, y) = \frac{x^3}{6} + y^2$  subject to the following condition,  $x^2 + 4y^2 = 16$ .*

(20 markah/marks)

- (c) Cari isipadu pepejal yang disempadani oleh permukaan  
*Find the volume of the solid bounded by the planes*

$$z = 4 - x^2 - y^2 \text{ and } z \geq 0.$$

(40 markah/marks)

- (d) Selesaikan persamaan berikut  
*Solve the following equation*

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 - 1}{x}$$

(20 markah/marks)

5. (a) Tentukan semua nilai  $c$  dengan Teorem Nilai Purata untuk  
*Determine all the values  $c$  using Mean Value Theorem for*

$$h(x) = 4x^3 - 8x^2 + 7x - 2 \text{ on } [2,5]$$

(10 markah/marks)

- (b) Diberi bahawa  $h(x) = \cos\left(\frac{x}{4}\right)$ , untuk  $-4\pi \leq x \leq 4\pi$ .

*Given that  $h(x) = \cos\left(\frac{x}{4}\right)$ , for  $-4\pi \leq x \leq 4\pi$ .*

- (i) Lakarkan graf  $h(x)$  dan tentukan samada  $h(x)$  adalah satu fungsi berdasarkan ujian garis tegak.

*Sketch  $h(x)$  and determine whether  $h(x)$  is a function by using the vertical line test.*

- (ii) Jika  $h(x)$  ditransformasikan dengan  
*If  $h(x)$  is transformed by*

- (a)  $h(x) + 10$
- (b)  $h(x) - 10$
- (c)  $20h(x)$

Lakarkan graf  $h(x)$  yang telah ditransformasikan pada graf yang sama.

*Sketch transformed  $h(x)$  on the same graph.*

(40 markah/marks)



(c) Nilaikan  $\iint_R e^x \cos y \, dx dy$  di mana  $R = \left\{ x, y : 0 \leq x \leq 1, \frac{\pi}{2} \leq y \leq \pi \right\}$

*Evaluate  $\iint_R e^x \cos y \, dx dy$  where  $R = \left\{ x, y : 0 \leq x \leq 1, \frac{\pi}{2} \leq y \leq \pi \right\}$*

(15 markah/marks)

(d) Selesaikan persamaan pembeza berikut dengan kaedah operator D.  
*Solve the following differential equation using operator D method.*

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 6 \frac{dy}{dx} + 5y = e^{2x} \cos 4x$$

(35 markah/marks)

6. (a) Cari semua  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$  terbitan separa peringkat kedua untuk fungsi

$$f(x, y) = x^2 y + e^{xy}$$

*Find all  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$  the second order partial derivatives of the function*

$$f(x, y) = x^2 y + e^{xy}$$

(20 markah/marks)

(b) Selesaikan persamaan pembezaan berikut

*Solve the following differential equation*

$$3 \frac{dy}{dx} + \frac{3}{x} y = 2x^4 y^4$$

(20 markah/marks)

- (c) Selesaikan persamaan pembezaan  $\frac{d^2y}{dx^2} + y = \sec x$  dengan menggunakan kaedah variasi parameter.

*Solve the differential equation  $\frac{d^2y}{dx^2} + y = \sec x$  by applying the method of variation of parameters.*

(30 markah/marks)

- (d) Seorang ahli biologi mengatakan bahawa kadar penambahan protozoa di kolam A adalah mengikut persamaan pembezaan berikut,

*A biologist claimed that the increase rate of protozoa in pool A is given by the following differential equation*

$$\frac{dQ}{dt} = cQ$$

di mana  $c$  adalah pemalar dan  $Q$  adalah bilangan protozoa pada sebarang masa  $t$ .

*where  $c$  is constant and  $Q$  being the number of protozoa at any time  $t$ .*

- (i) Diketahui bahawa bilangannya menjadi tiga kali ganda dalam masa 5 hari, berapakah bilangannya dalam masa 10 hari.

*It is found that the number triples in 5 days, how many will be present in 10 days.*

- (ii) Bilakah bilangan akan bertambah 10 kali ganda dari bilangan asal.

*When will the number present be 10 times the number initially present.*

(30 markah/marks)

7. (a) Gunakan Kaedah Newton untuk mencari punca-punca persamaan  
*Use Newton's Method to find all the roots of*

$$x^3 - x^2 - 15x + 1 = 0$$

tepat kepada sekurang-kurangnya tiga titik perpuluhan, dengan nilai awal diberi ialah -3.5, 0 dan 4.5.

*accurate to at least three decimal places, with the initial values are -3.5, 0 and 4.5.*

(20 markah/marks)

- (b) Cari jelmaan Laplace songsang bagi  
*Find the inverse transform of*

(i)  $F(s) = \frac{1}{(s+4)^2(s^2+4)}$

(ii)  $F(s) = \frac{6s+4}{(s^2+2s+10)}$

(40 markah/marks)

- c) (i) Gunakan kaedah berangka Euler terubahsuai untuk menyelesaikan masalah nilai awal berikut dengan memilih  $h = 0.2$  dan mengira nilai  $y_1, \dots, y_5$  (5 lelaran).

*Apply the Modified Euler numerical method to the following initial value problem, choosing  $h = 0.2$  and computing  $y_1, \dots, y_5$  (5 iterations).*

$$y' = x + y \text{ and } y(0) = 0$$

Seterusnya, cari penyelesaian analitik dan kirakan ralat sebenar tepat kepada empat titik perpuluhan.

*Then, find the analytical solution and calculate the actual error accurate to four decimal places.*

(40 markah/marks)

ooooOoooo